

21. If G is the centroid of triangle ABC and $AG = BC$, then $\angle BGC$ is?
 यदि G त्रिभुज ABC का केन्द्रक है और $AG = BC$ है, तो $\angle BGC$ है?

(SSC CGL PRE 2018)

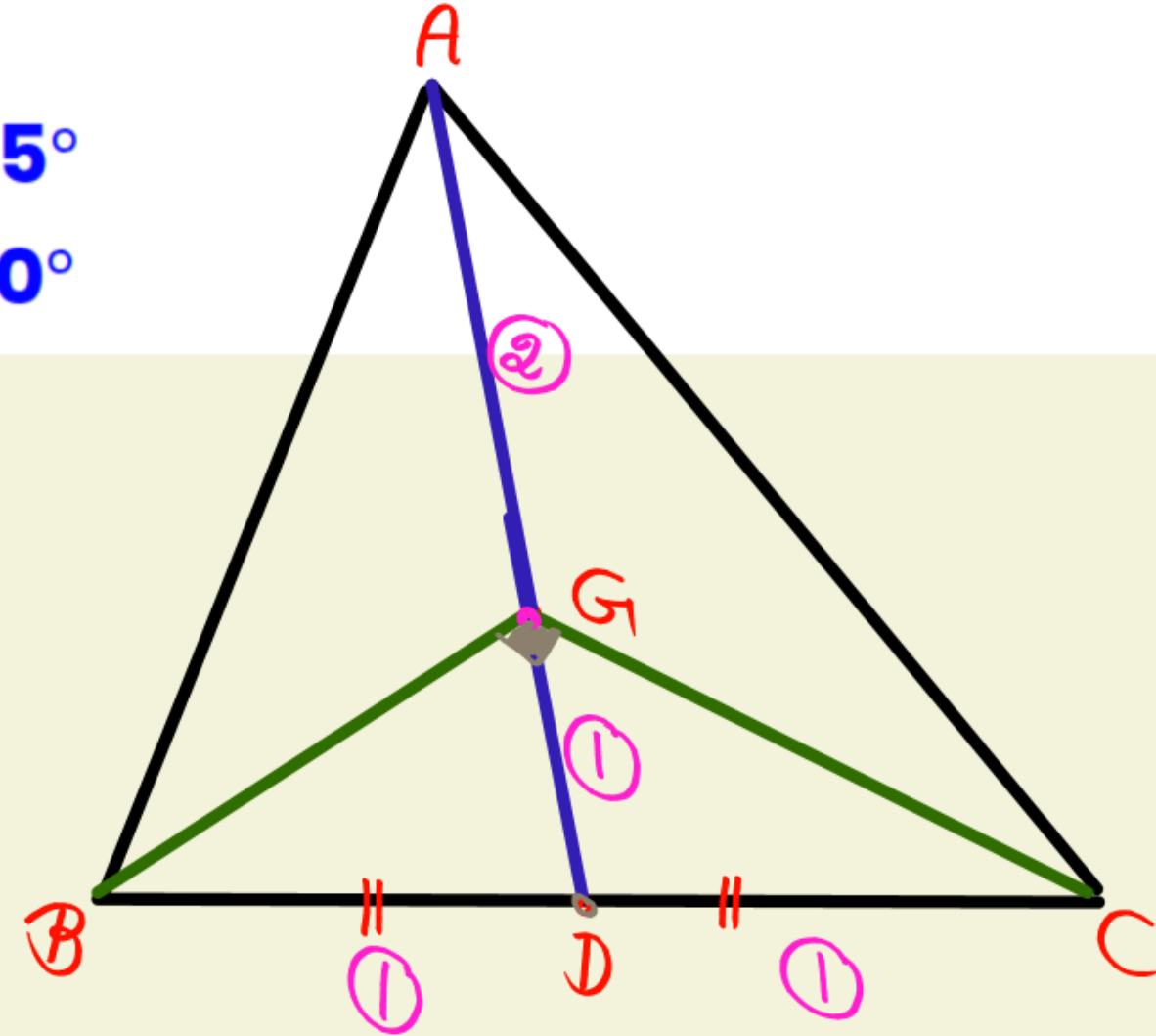
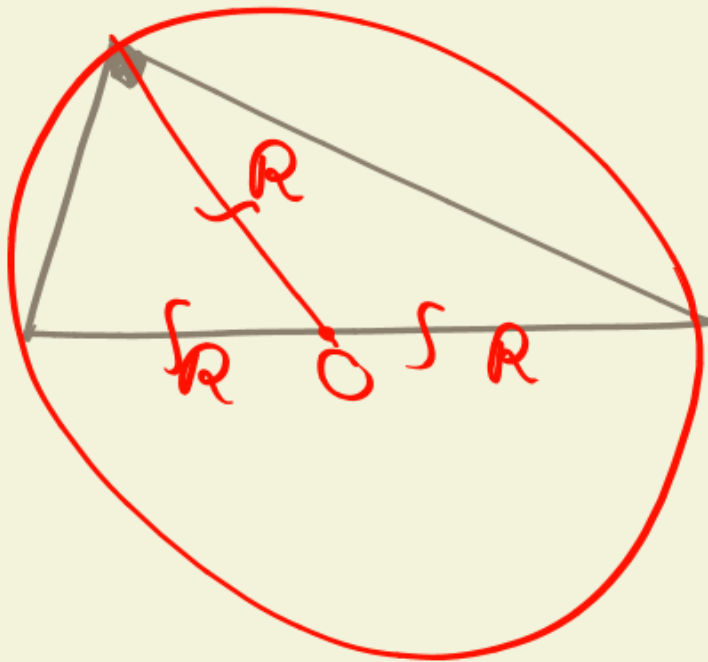
[A] 75°

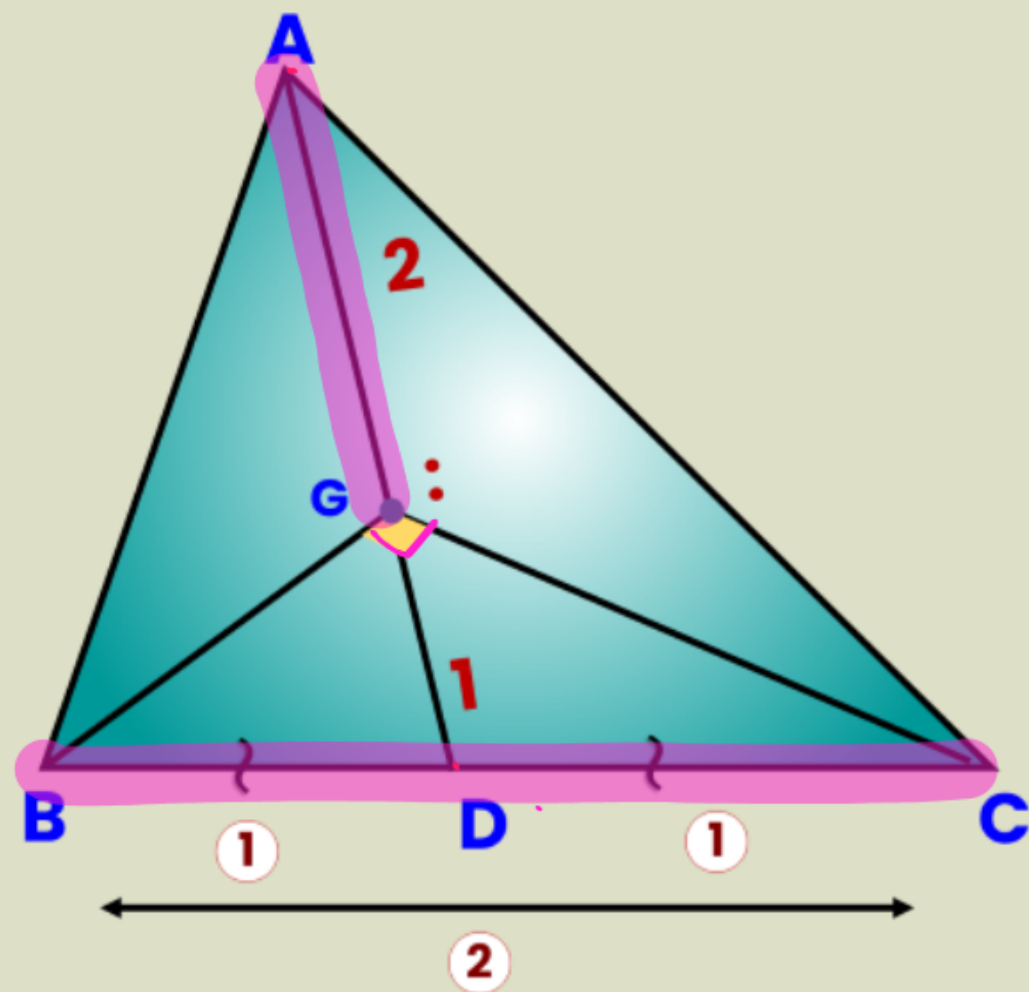
[C] 90°

[B] 45°

[D] 60°

concept $\rightarrow$





G = Centroid

If, $AG = BC$ or $AD = 1.5 BC$

$$\frac{2}{3} AD = BC$$

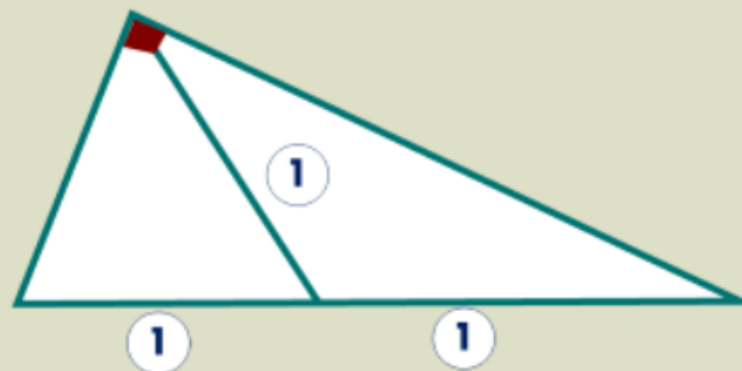
$$AD = \frac{3}{2} BC$$

$$AD = 1.5 BC$$

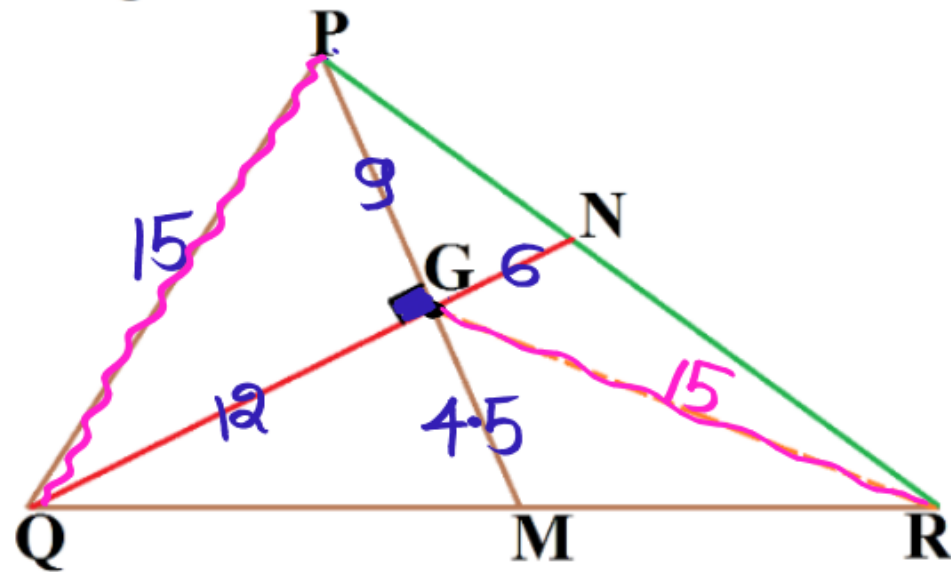
If, $AG = BC$ or $AD = 1.5 BC$

तो,

$$\angle BGC = 90^\circ$$



22. **G is centroid of given $\triangle PQR$, $GN=6\text{cm}$, $GM=4.5\text{cm}$ $\angle PGQ=90^\circ$, then find the length of GR.**
त्रिभुज PQR में, $GN=6\text{cm}$, $GM=4.5\text{cm}$ $\angle PGQ=90^\circ$ है और G केंद्रक है। तब GR की लंबाई होगी।

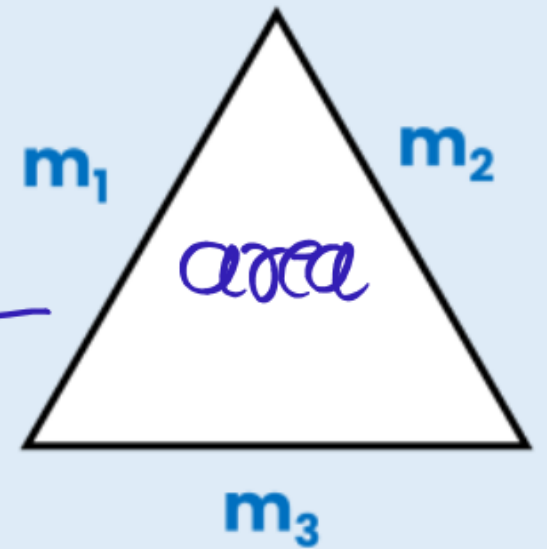
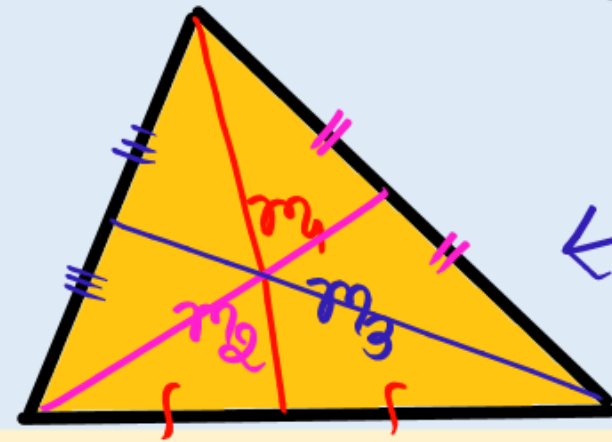


[A] ~~15cm~~
[C] 9cm

[B] 10cm
[D] 12cm



If, Medians m_1 , m_2 , & m_3 of a triangle are given
यदि, किसी त्रिभुज की माध्यिकाएँ m_1 , m_2 , और m_3 दी गई हैं,
then,



$$\text{area of triangle} = \frac{4}{3} \times \text{area of } \Delta \text{ made by using length of medians}$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} \times \text{माध्यिकाओं की लंबाई का उपयोग करके बने त्रिभुज का क्षेत्रफल}$$



23. Calculate the area of the triangle whose medians are 24cm, 45cm and 51cm.

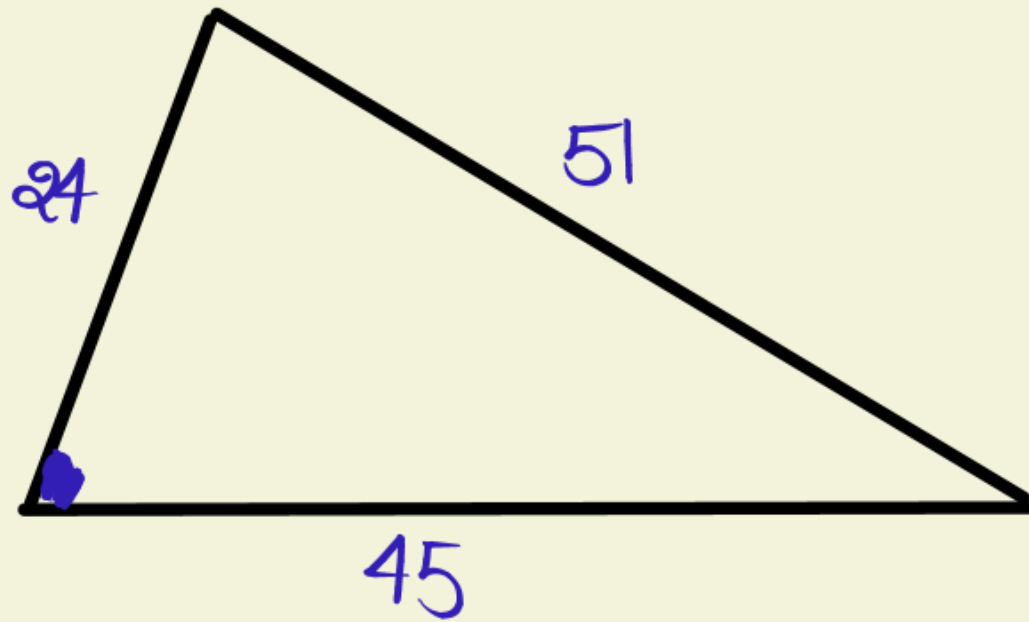
त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल क्या होगा जिसके माध्यिकाओं की लंबाई क्रमशः 24cm, 45cm और 51cm है।

[A] 360cm^2

[B] 405cm^2

[C] 675cm^2

[D] 720cm^2



$\div 3$ (8, 15, 17)

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 24 \times 45 \times \frac{4}{3} = 720\text{cm}^2$$

24. The lengths of three medians of a triangle are 6.5cm, 7cm and, 7.5cm. the area (in sq. cm) of the triangle is?

एक त्रिभुज की तीन माधिकाओं की लंबाई 6.5 cm, 7 cm और 7.5 cm है। त्रिभुज का क्षेत्रफल (वर्ग cm में) क्या है?

[A] 14

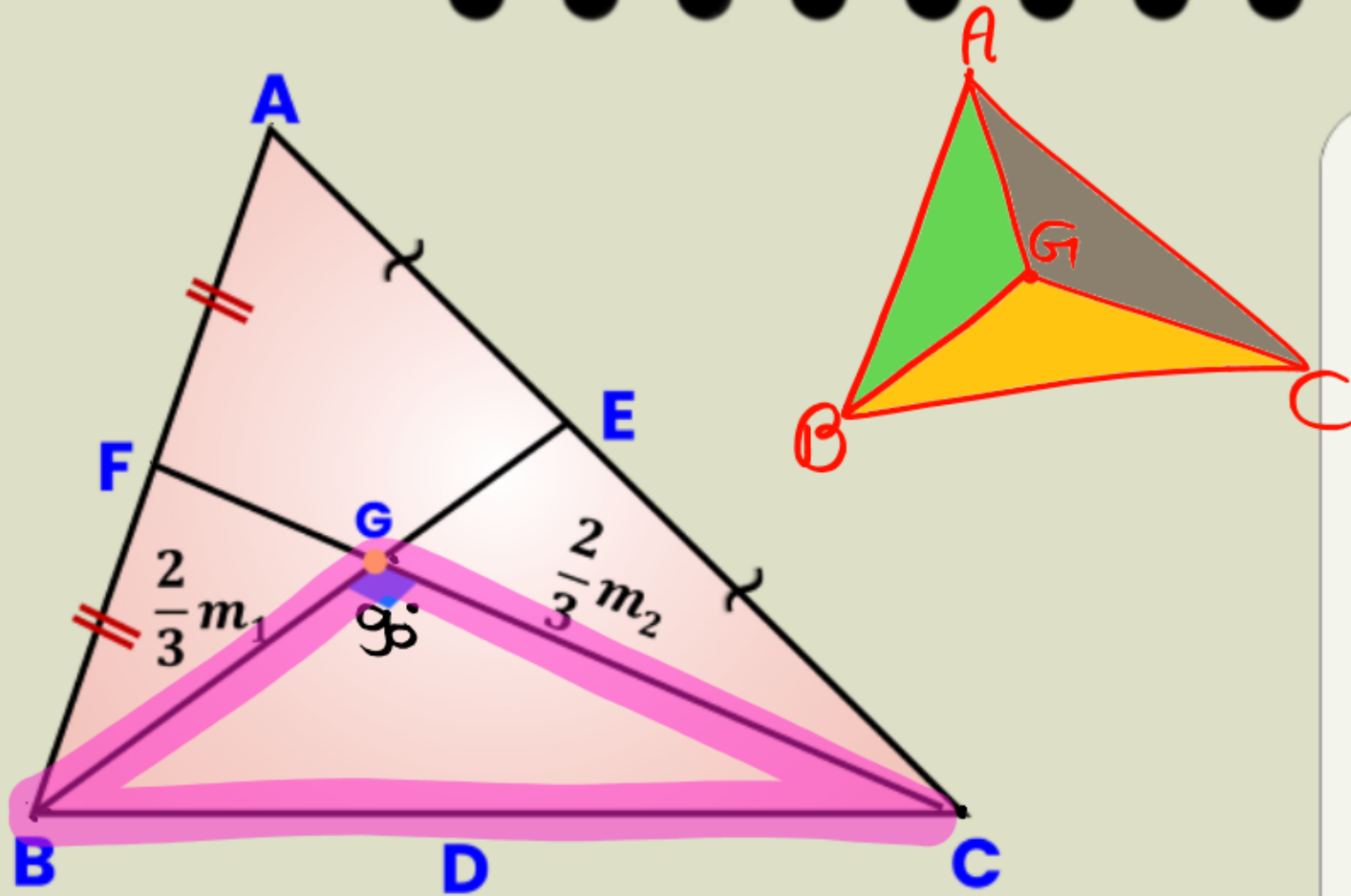
[B] 42

[C] 28

[D] 21

$$\left(\frac{13}{2}, \frac{14}{2}, \frac{15}{2}\right) \rightarrow \frac{84 \text{ cm}^2}{4} = \frac{7}{2} \text{ cm}^2 \times \frac{4}{3}$$

#



$BE = m_1$
 $CF = m_2$

माना

Two
of $\triangle$

Medians intersect each other at 90°

$\triangle ABC$ का Area $= \frac{2}{3} m_1 m_2$

$\triangle BGC$ का Area $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} m_1 \times \frac{2}{3} m_2$

$\triangle ABC$ का Area $= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} m_1 \times \frac{2}{3} m_2 \right) \times 3$

$\triangle ABC$ का Area $= \frac{2}{3} m_1 m_2$



25. In $\triangle LMN$, medians MX and NY are perpendicular to each other and intersect at Z . If $MX = 20$ cm and $NY = 30$ cm, what is the area of $\triangle LMN$ (in cm^2)?

$\triangle LMN$ में, माधिकाएँ MX और NY , एक-दूसरे के लंबवत हैं और Z पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $MX = 20$ cm और $NY = 30$ cm है, तो $\triangle LMN$ का क्षेत्रफल (cm^2 में) ज्ञात कीजिए।

(RPF CONSTABLE 2025)

[A] 300

[B] 400

[C] 450

[D] 200

$\frac{1}{2} \times 20 \times 30$

26. In $\triangle ABC$, D and E are the mid points of sides BC and AC, respectively. If $AD=10.8$ cm, $BE=14.4$ cm and AD and BE intersect at G at a right angle, then the area (in cm^2) of $\triangle ABC$ is:

$\triangle ABC$ में, D और E क्रमशः भुजा BC और AC के मध्य बिंदु हैं। यदि $AD = 10.8$ cm, $BE = 14.4$ cm और AD और BE समकोण G पर प्रतिच्छेदित करते हैं, तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल (cm^2 में) ज्ञात कीजिए।

(SSC CGL MAINS 2021)

[A] 80.64

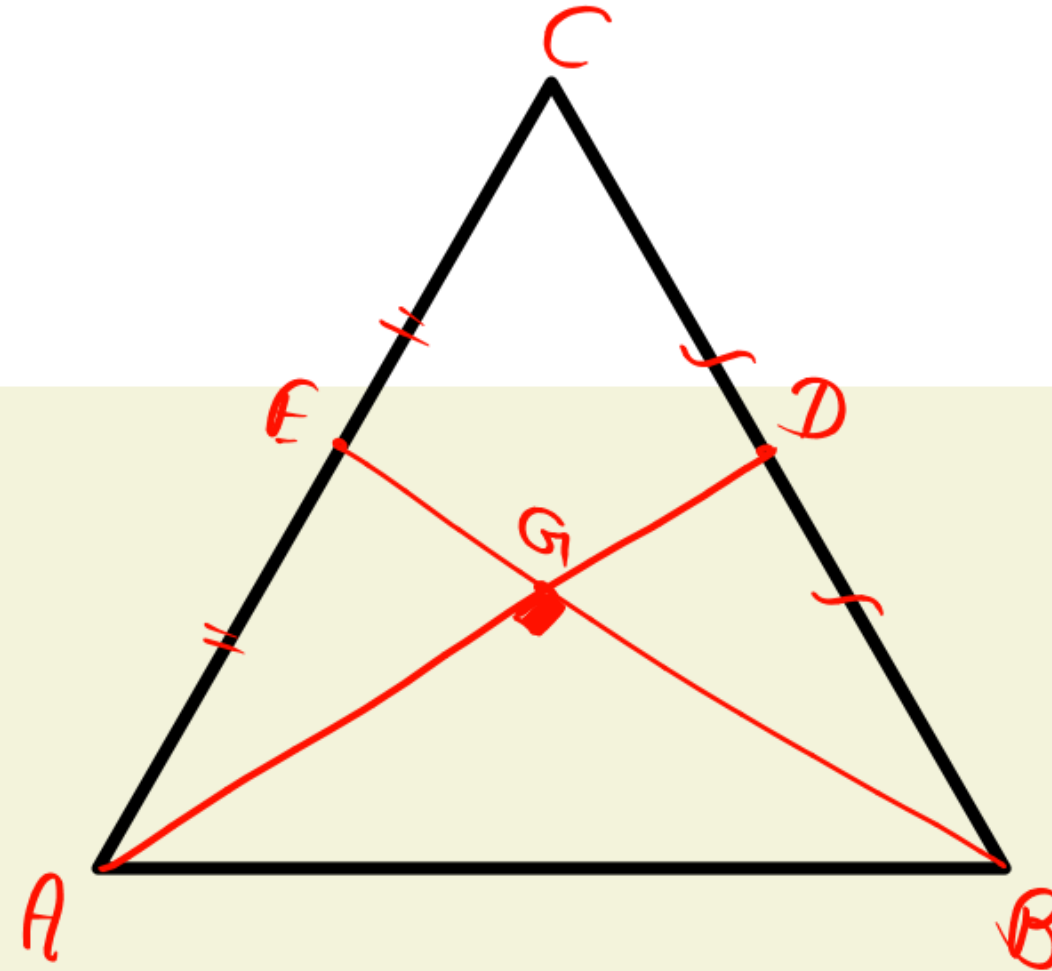
[B] 53.76

[C] 56.76

[D] 103.68

Handwritten calculation:

$$\frac{2}{3} \times 10.8 \times 14.4 \times 3.6$$

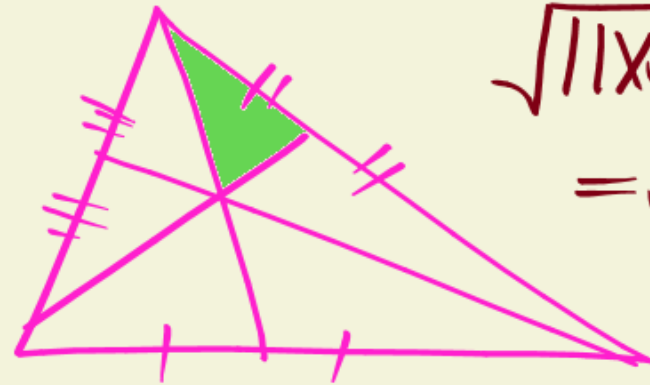


27. In triangle ABC, AC = 16 and median AD and BE are 12 and 18 respectively. Find the area of triangle ABC?

त्रिभुज ABC में AC = 16 और मधिका AD और BE क्रमशः 12 और 18 है। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये ?

☒ [A] $18\sqrt{55}$
[C] $12\sqrt{55}$

[B] $18\sqrt{44}$
[D] $12\sqrt{44}$

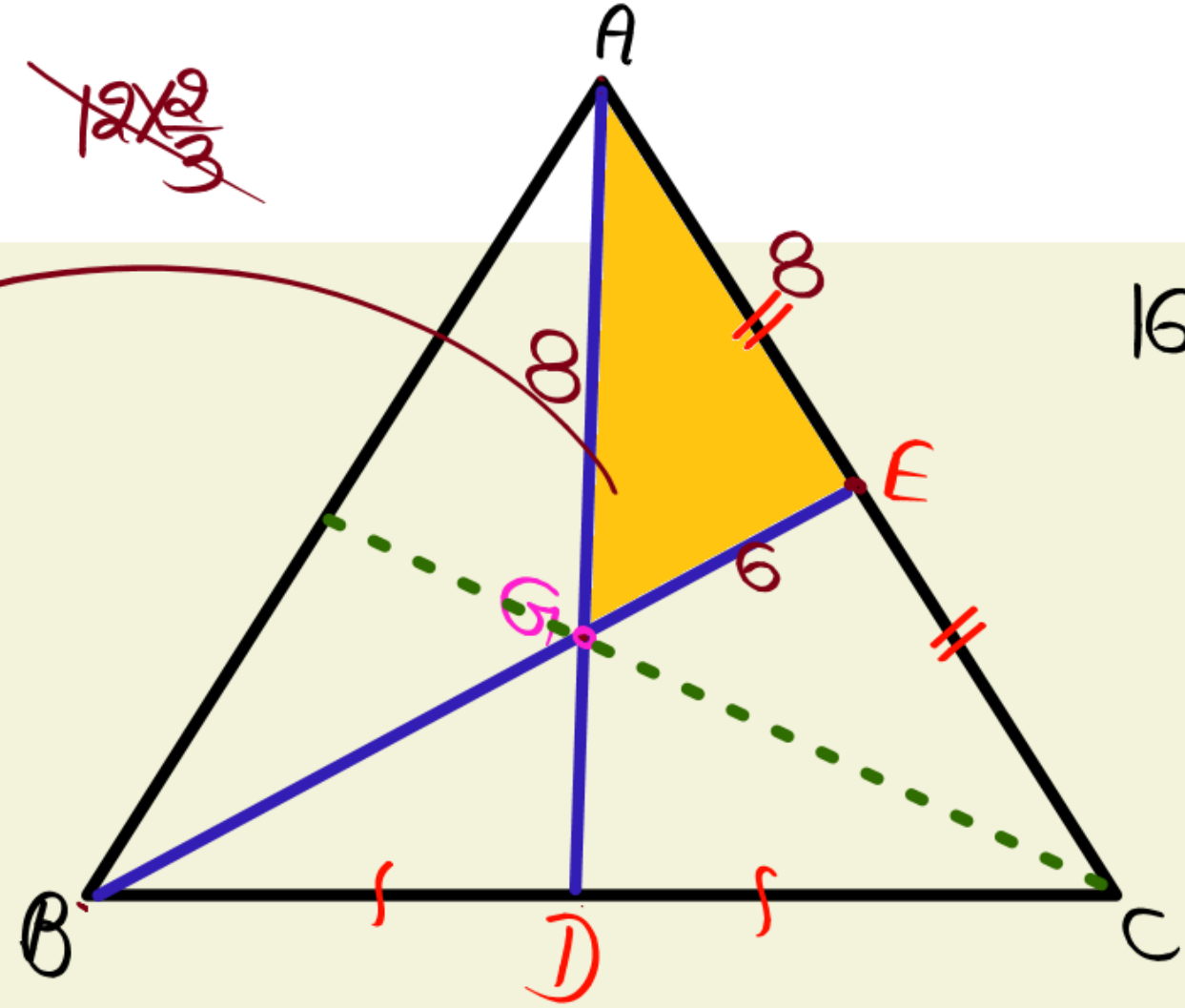


$$s = 11$$

$$\sqrt{11 \times 3 \times 3 \times 5}$$

$$= 3\sqrt{55}$$

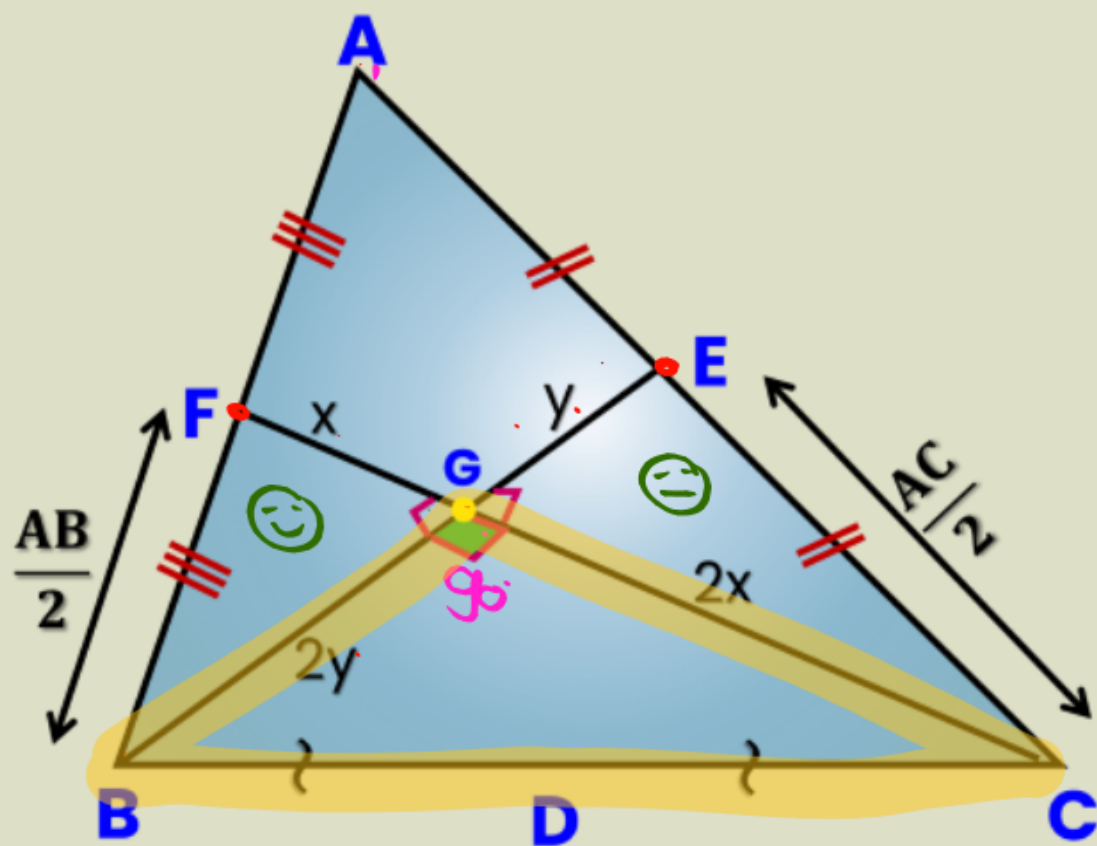
$$\times 6$$



When two medians intersect each other at 90° :-
जब दो माधिकाएँ एक-दूसरे को 90° पर काटती हैं :-



BE & CF



G = CENTROID

$$AB^2 + AC^2 = 5BC^2$$

In Right $\triangle BGF \rightarrow x^2 + 4y^2 = \frac{AB^2}{4}$

In Right $\triangle GEC \rightarrow y^2 + 4x^2 = \frac{AC^2}{4}$ (Add)

$$5. (x^2 + y^2) = \frac{AB^2 + AC^2}{4}$$

$$5. (4x^2 + 4y^2) = AB^2 + AC^2$$

$$5 BC^2 = AB^2 + AC^2$$

28. In a triangle ABC, BD & CE are two medians which intersect each other at right angle. AB = 22, AC = 19, find BC = ?

त्रिभुज ABC में, दो माध्यिका BD और CE एक दूसरे को समकोण पर काटती है। यदि AB=22, AC=19, तब BC की लंबाई क्या होगी?

(SSC CGL MAINS 2016)

[A] 13

[B] 14

[C] 15

[D] 12

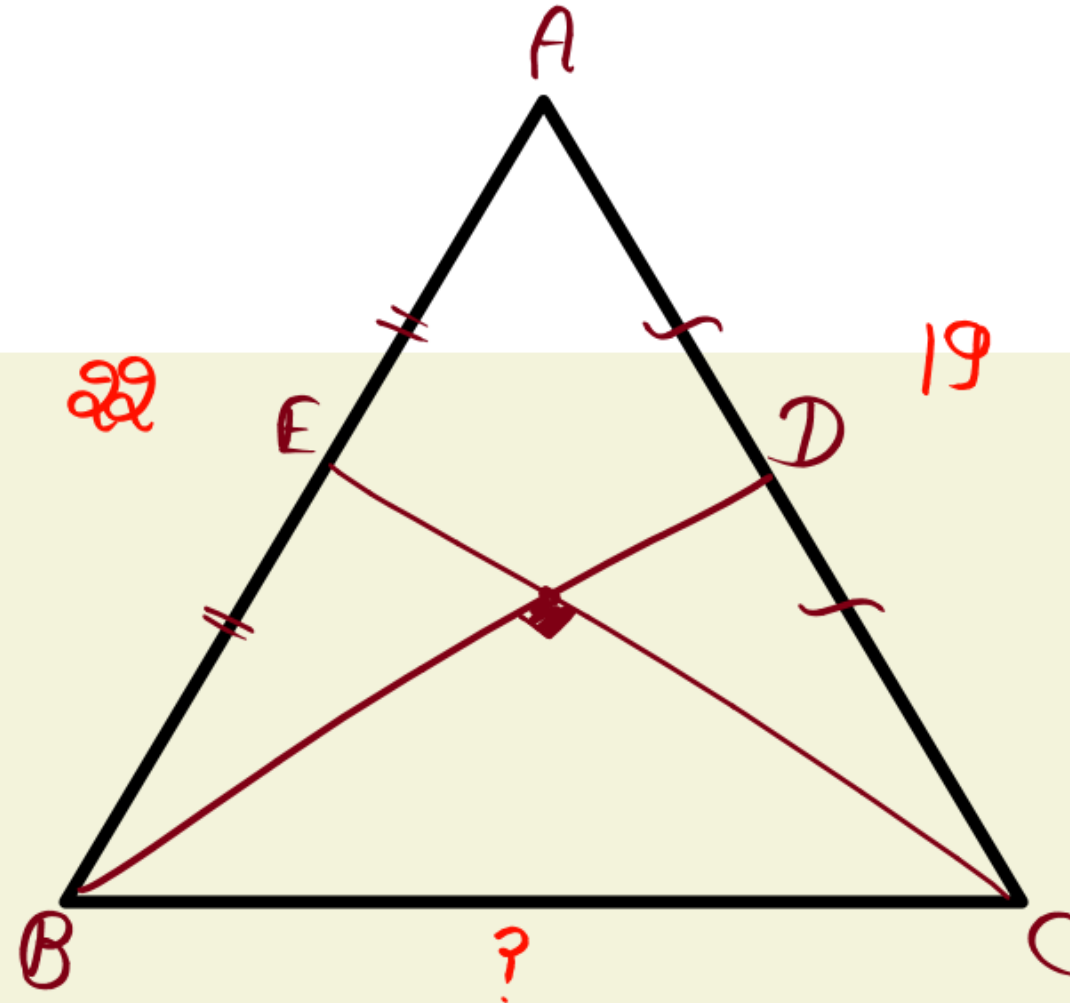
$$AB^2 + AC^2 = 5BC^2$$

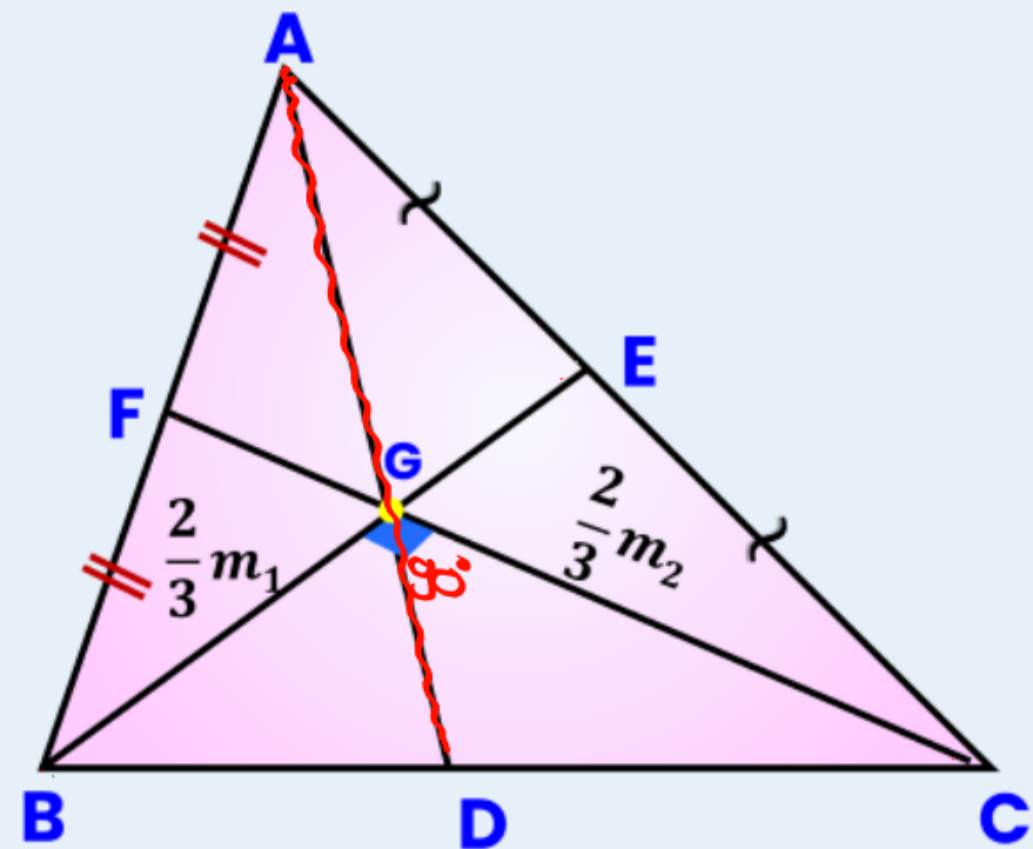
$$484 + 361 = 5BC^2$$

$$845 = 5BC^2$$

$$169 = BC^2$$

$$13 = BC$$





$$m_3^2 = m_1^2 + m_2^2$$



$$\left. \begin{array}{l} BE = m_1 \\ CF = m_2 \end{array} \right\}$$

(Given)

$$AD = m_3 \text{ (माना)}$$

Two
Medians intersect each other at 90°

29. In a triangle ABC, medians AD and BE are perpendicular to each other and have lengths of 12 cm and 16 cm respectively. What is the length of the third median CF?

एक त्रिभुज ABC में, माधिकाएँ AD और BE एक दूसरे के लंबवत हैं और इनकी लंबाई क्रमशः 12 सेमी और 16 सेमी है। तीसरी माधिका CF की लंबाई क्या है?

[A] 17

☒ [B] 20

[C] 14

[D] 18

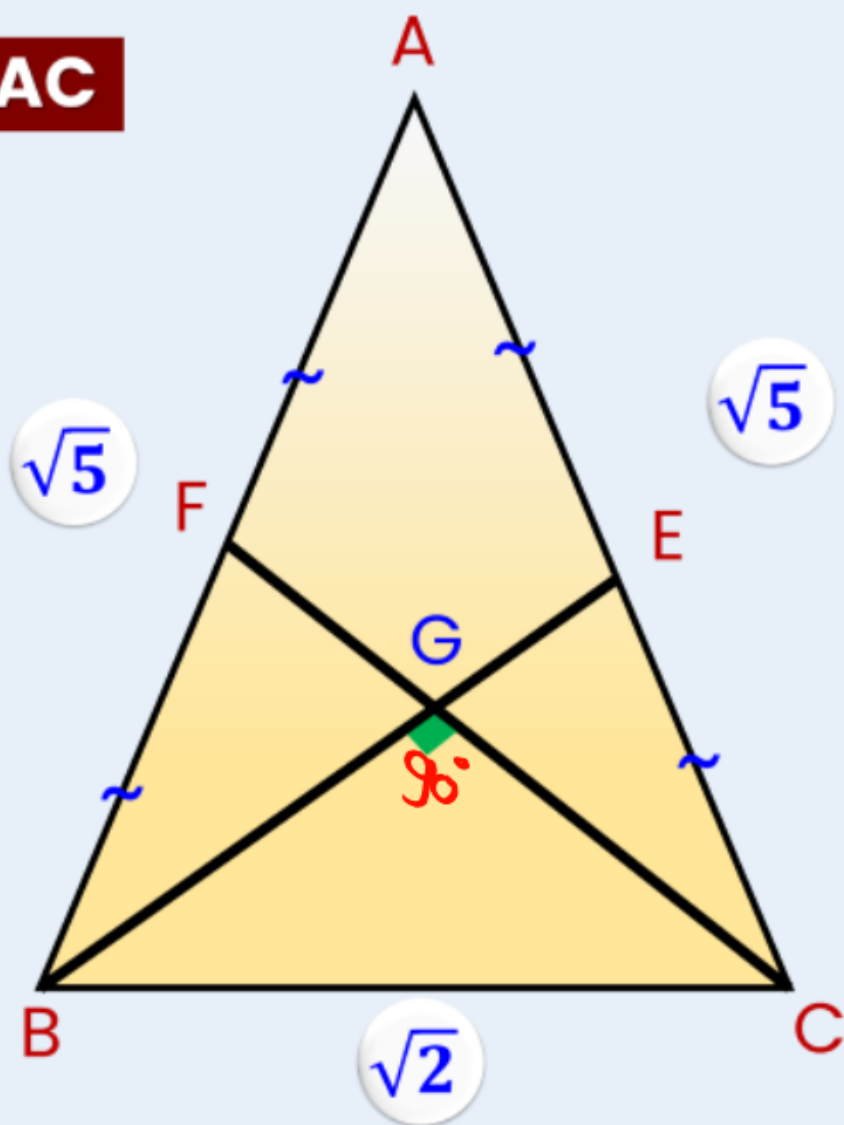
$$m_3^2 = 12^2 + 16^2$$

$$m_3^2 = 400$$



Special Case in Isosceles Δ :→
समद्विबाहु त्रिभुज में विशेष स्थिति:→

$AB = AC$



$AB^2 + \cancel{AC^2} = 5BC^2$

$\rightarrow 2AB^2 = 5BC^2$

(परीक्षा) $\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{5}{2}$

(CGL & 7 MAINS) $\frac{AB}{BC} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

31. ΔABC is an isosceles triangle in which $AB=AC$. if medians on equal sides are perpendicular to each other $BC=\sqrt{10}cm$ then find length of each equal sides?

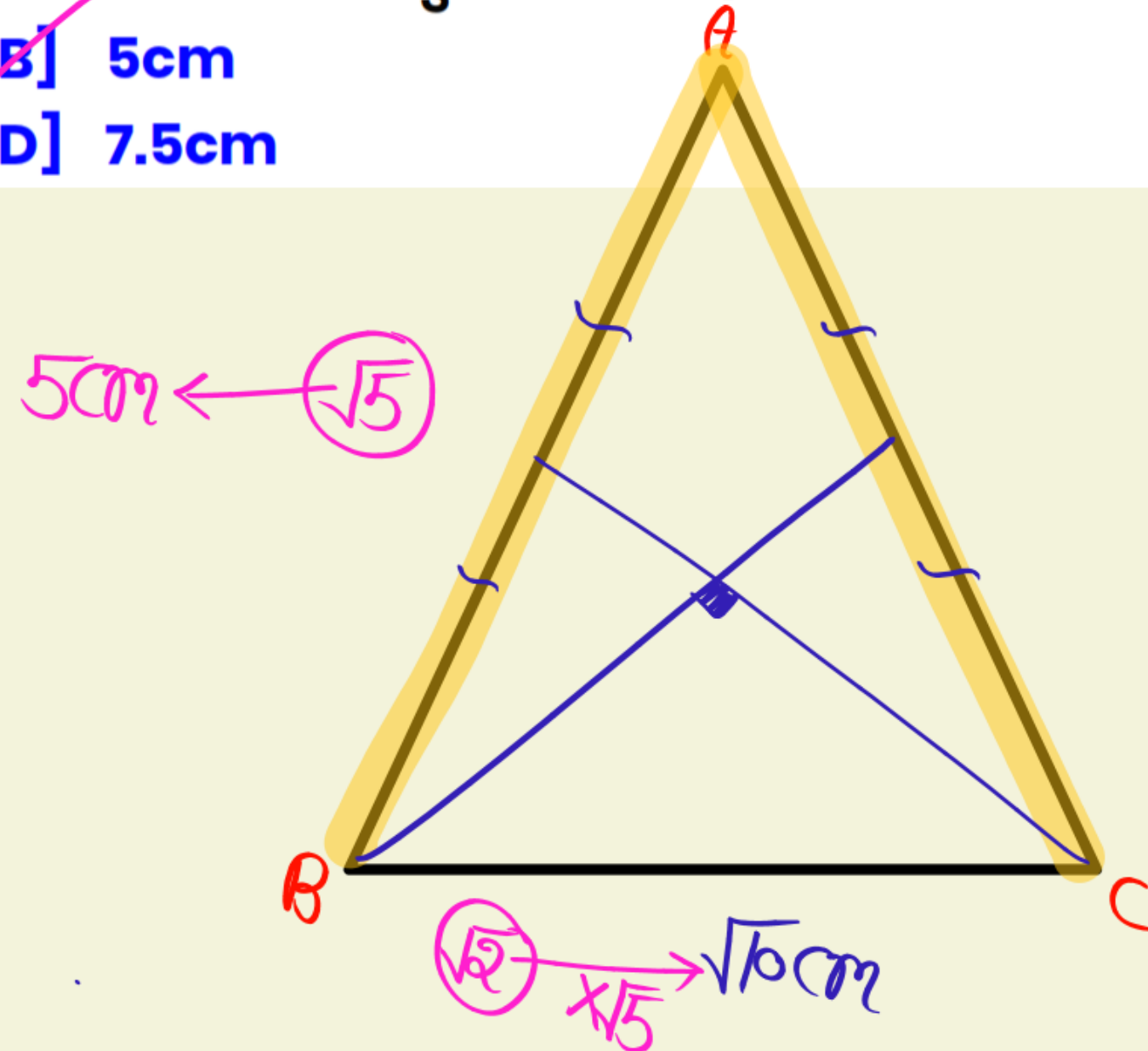
ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$. यदि समान भुजाओं पर माध्यिकाएँ एक दूसरे के लिए लंबवत हैं $BC = \sqrt{10}cm$ तो प्रत्येक समान भुजा की लंबाई ज्ञात करें?

[A] 10cm

[B] 5cm

[C] 4cm

[D] 7.5cm



30. The unequal side of an isosceles triangle is 2cm. The medians drawn to the equal sides are perpendicular. The area of triangle is:

किसी समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लम्बाई 2cm है। समान भुजाओं पर खींची गयी मध्यिका एक दुसरे के लंबवत है। समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल है:

(SSC CPO 2019)

[A] 1cm^2

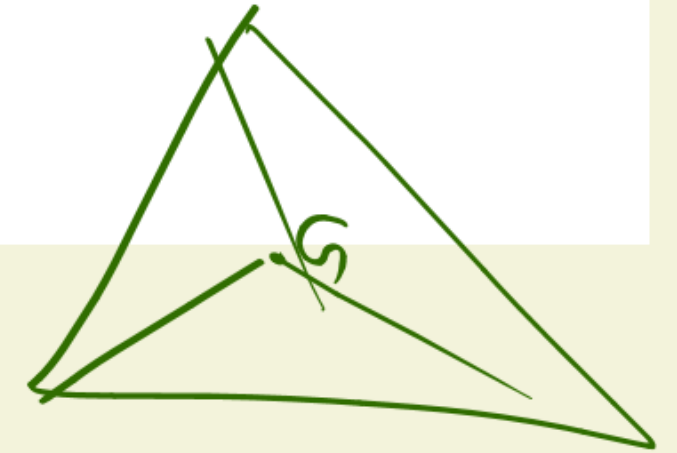
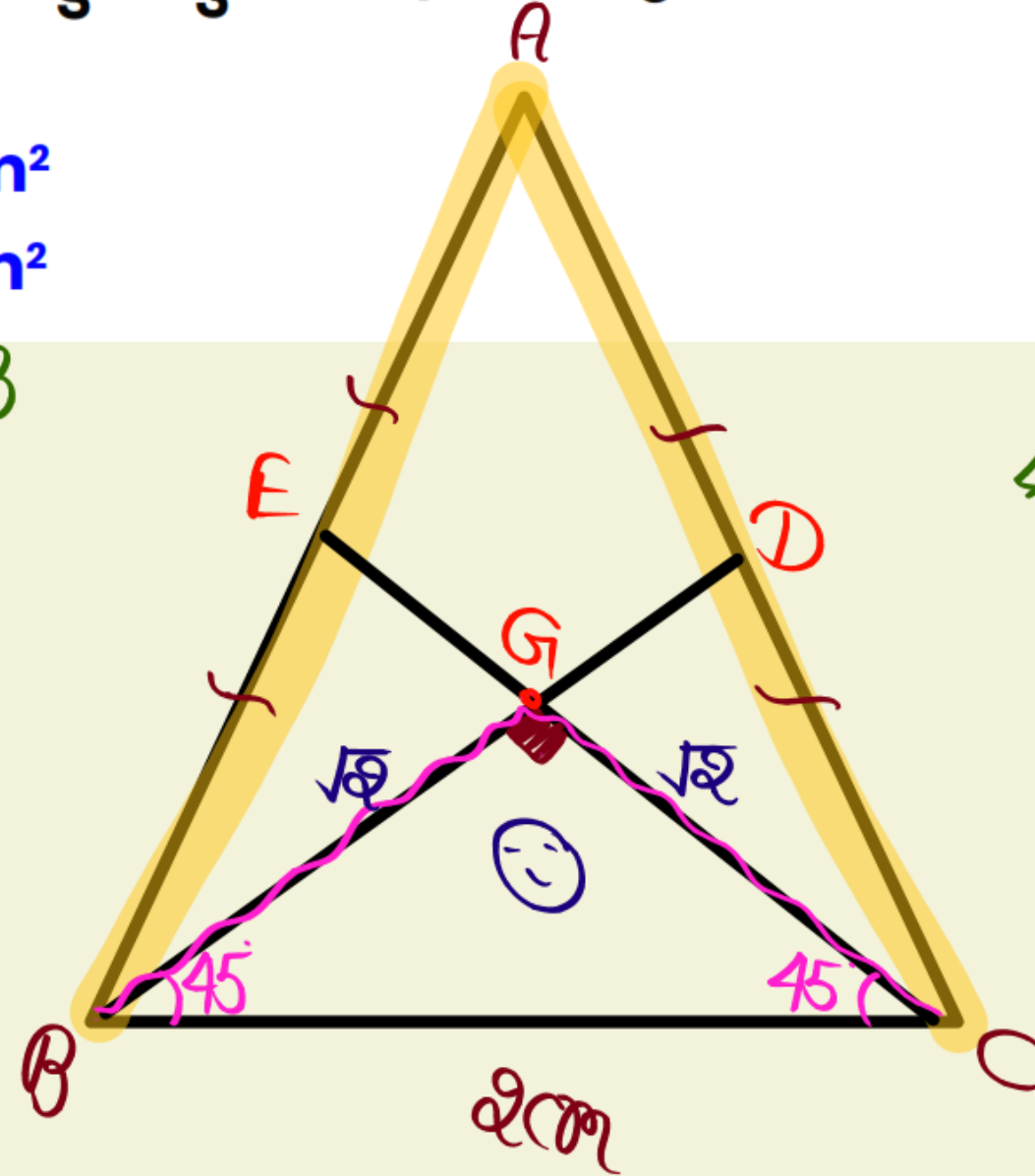
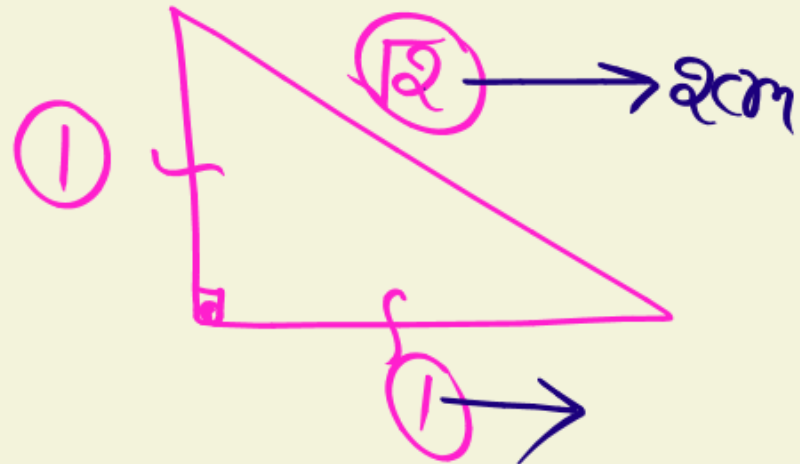
[C] 5cm^2

[B] 3cm^2

[D] 2cm^2

$BD = CE$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 3 = 3\text{cm}^2$$



32. If AD, BE and CF are the medians of a triangle ABC, then the true statement is?

यदि AD, BE और CF एक त्रिभुज ABC की माधिका हैं, तो सही कथन है?

[A] $AD + BE + CF < AB + BC + CA$

[B] $AD + BE + CF > AB + BC + CA$

[C] $AD + BE + CF = AB + BC + CA$

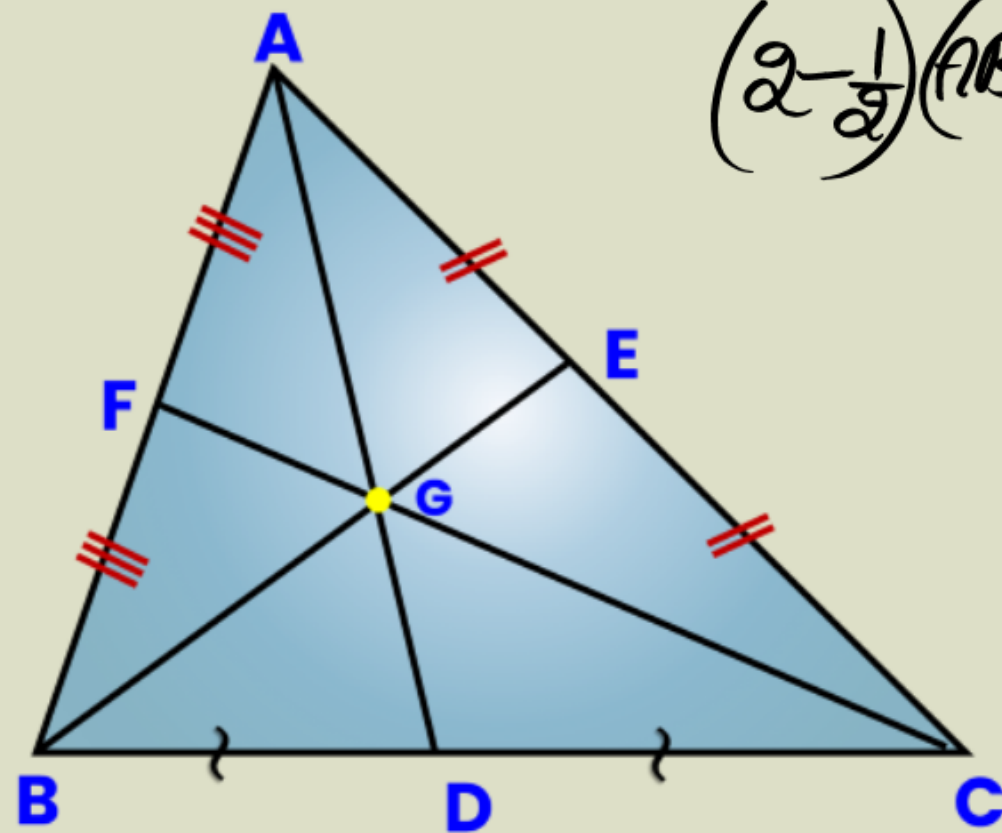
[D] $AD + BE + CF = \sqrt{2} (AB + BC + CA)$



Centroid divides each median in 2:1

#

G



$$(2 - \frac{1}{2})(AB^2 + BC^2 + CA^2)$$

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

$$3 \times \text{side}^2 = 4 \times \text{median}^2$$

$$\frac{AB^2 + BC^2 + CA^2}{AD^2 + BE^2 + CF^2} = \frac{4}{3}$$

$$AB^2 + AC^2 = 2 \left(AD^2 + \frac{BC^2}{4} \right) \checkmark$$

$$AB^2 + BC^2 = 2 \left(BE^2 + \frac{AC^2}{4} \right) \checkmark$$

$$(Add) \quad AC^2 + BC^2 = 2 \left(CF^2 + \frac{AB^2}{4} \right)$$

$$2(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

$$+ \left(\frac{BC^2 + AC^2 + AB^2}{2} \right)$$

$$\frac{3}{2}(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

33. In the triangle ABC, the sum of square of all sides is 64 cm^2 . Find the sum of square of all three medians?

त्रिभुज ABC में, सभी भुजाओं के वर्ग का योग 64 cm^2 है। तीनों माध्यिकाओं के वर्ग का योग ज्ञात कीजिए?

[A] ~~48 cm^2~~

[B] 32 cm^2

[C] 16 cm^2

[D] 36 cm^2

$$3 \times \overset{16}{\cancel{64}} = \cancel{4} \times \text{median}^2$$

34. Side of triangles are 13, 14 and 15. Find the sum of squares of the median?

त्रिभुजों की भुजाएँ 13, 14 और 15 हैं तो मध्यिकाओं के वर्ग का योग ज्ञात करें?

[A] ~~468~~

[B] 442.5

[C] ~~590~~

[D] 438.25

$$3 \cdot (13^2 + 14^2 + 15^2) = 4 \sum \text{median}^2$$

$$\frac{3 \times 590}{4} = \sum \text{median}^2$$

147.5

35. The sides of a triangle are k , $1.5k$ and $2.25k$. what is the sum of the squares of its medians?

एक त्रिभुज की भुजाएँ k , $1.5k$ और $2.25k$ हैं। इसकी माध्यिकाओं के वर्गों का योग क्या है

(UPSC CDS-1 2025)

$k, \frac{3}{2}k, \frac{9}{4}k$

[A] $\frac{359k^2}{64}$

[B] $\frac{379k^2}{64}$

[C] $\frac{389k^2}{64}$

[D] $\frac{399k^2}{64}$

$3\left(k^2 + \frac{9}{4}k^2 + \frac{81}{16}k^2\right) = 4 \text{ million}^2$

$\frac{3 \times (16k^2 + 36k^2 + 81k^2)}{16 \times 4} = ?$

36. Let a, b, c be the sides lengths of $\triangle ABC$ and let d, e, f be the distances from its centroid G to the vertices. What is the ratio $\frac{a^2+b^2+c^2}{d^2+e^2+f^2}$?

मान लीजिए कि त्रिभुज ABC की भुजाओं की लंबाई a, b, c है और इसके केंद्रक G से शीर्षों की दूरी D, E, F है। अनुपात $\frac{a^2+b^2+c^2}{d^2+e^2+f^2}$ क्या है?

[A] $\frac{7}{3}$
[C] $\frac{4}{3}$

[B] **3**
[D] $\frac{16}{9}$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3a^2}{3R^2} = \frac{a^2}{\frac{a^2}{3}} = 3$$

